EL MODELO MUNDELL-FLEMING
UNA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ESTÁTICA COMPARATIVA

LEANDRO D. TORIANO

Facultad de Ciencias Económicas. UBA
Av. Córdoba 2122
C1120AAQ – Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Argentina
l_toriano@yahoo.com.ar

Recibido 10 de junio de 2015, aceptado 16 de agosto de 2015

Resumen

El objetivo del presente trabajo es analizar el modelo Mundell-Fleming de macroeconomía internacional a través de la aplicación del teorema de la función implícita y el método de estática comparativa. En este sentido, se establecen las condiciones de equilibrio y determinan las implicancias en términos de estabilidad y evolución de las variables de equilibrio ante cambios en las variables exógenas y parámetros del modelo. El análisis se focaliza en los casos de una economía que opera bajo régimen de tipo de cambio fijo y en otra pequeña que lo hace bajo régimen de tipo de cambio flotante. La resolución analítica de la indeterminación del primer modelo se desarrolla por medio de dos mecanismos (i) aplicación del principio de correspondencia de Paul. A Samuelson y (ii) utilización de supuestos más restrictivos. Por último, y no menos importante, se exponen las interpretaciones económicas de los resultados obtenidos.

Palabras clave: Mundell-Fleming, Estática Comparativa, Análisis macroeconómico.

Toriano / Revista de Investigación en Modelos Matemáticos Aplicados a la Gestión y la Economía
Año 3 – N° 3 (2016) 61-102

EL MODELO MUNDELL-FLEMING
UNA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ESTÁTICA COMPARATIVA

LEANDRO D. TORIANO

Facultad de Ciencias Económicas. UBA
Av. Córdoba 2122
C1120AAQ – Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Argentina
l_toriano@yahoo.com.ar

Abstract

The aim of this paper is to analyze the Mundell-Fleming model of international macroeconomics through the application of the implicit function theorem and comparative statics method. Attention is given to the equilibrium conditions and implications in terms of stability and evolution of equilibrium variables to changes in model exogenous variables and parameters. The analysis focuses on the case of an economy operating under a fixed exchange rate system and a small one which operates with a floating exchange rate. The analytical resolution of indeterminacy model is developed through two mechanisms: (i) the Paul A. Samuelson's correspondence principle and (ii) applying more restrictive assumptions. Last but not least, the economic interpretations of the analytical results are reported.

Keywords: Mundell-Fleming, comparative statics, macroeconomic analysis.

1. EL TEOREMA DE LA FUNCIÓN IMPLÍCITA Y EL MÉTODO DE ESTÁTICA COMPARATIVA

El teorema de la función implícita establece las condiciones suficientes bajo las cuales es posible definir una o varias de las variables de análisis en función de las demás. Para el caso de una ecuación con dos variables, una función $y(x)$ está dada implícitamente cuando puede definirse en la forma $f(x, y) = 0$. En algunos casos es posible encontrar la expresión analítica que permite transformar la función implícita en explícita mientras que en otros casos no. Sin embargo, que no pueda encontrarse la transformación no implica que ésta no exista.

En el análisis económico, el método de estática comparativa (Samuelson, 1971) permite a partir de la aplicación del teorema de la función implícita:

(i) obtener el signo de las pendientes de las curvas que describen condiciones de equilibrio de un mercado (relaciones entre variables endógenas del sistema).

(ii) estudiar el desplazamiento de las variables de equilibrio del sistema ante cambios de una o más variables exógenas o parámetros (relación entre variables endógenas y exógenas o parámetros del sistema).

No obstante ello, la estática comparativa no nos dice nada respecto del análisis dinámico de las variables ni tampoco si el nuevo equilibrio será finalmente alcanzado.

El caso de una ecuación con dos variables

Siguiendo a Macaya (2014), el teorema de la función implícita implica el cumplimiento de las siguientes afirmaciones:

1. La existencia de tal función (aunque no sea posible encontrar la transformación analítica).

2. Que dicha función es continua.

3. Que dicha función es derivable.

4. La derivada de dicha función puede ser calculada de la siguiente forma:

$$\frac{\partial y}{\partial x}=\frac{-\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}}\neq 0$$

Teorema:

$Sea\ f\colon\to R\left(U\underline{C}R^2\right)\ una\ función\ contínua\ que\ verifica\ las\ siguientes\ condiciones$:

1. $\exists(\bar{x},\bar{y})\in U\colon f(\bar{x},\bar{y})=0$

2. y 3. $\frac{\partial f(\overline{x},\overline{y})}{\partial x}\ y\ \frac{\partial f(\overline{x},\overline{y})}{\partial y}\ existen\ y\ son\ continuas\ en\ un\ entorno\ de\ (\overline{x},\overline{y})$.

4. $\frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{x}}=\frac{-\frac{\partial f(\overline{x},\overline{y})}{\partial x}}{\frac{\partial f(\overline{x},\overline{y})}{\partial y}}\neq 0$

entonces existe un entorno abierto de $(\overline{x},\overline{y})$ *tal que para cada* $x\in(\bar{x}-\delta,\bar{y}+\delta)$*, la ecuación* $f(x,y)$ *posee solución única* $y=f(x)$ *con* $y\in(\bar{x}-\delta,\bar{y}+\delta)$*. Además esta función es continua y derivable, siendo su derivada* $\frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{x}}=\frac{-\frac{\partial f(\overline{x},\overline{y})}{\partial x}}{\frac{\partial f(\overline{x},\overline{y})}{\partial y}}\neq 0$

Demostración: Dada por supuesta la existencia de $y(x)$, si reemplazamos esta función en la ecuación inicial, la misma se verificará en forma idéntica, $f(y(x),y)\equiv 0$. Derivando totalmente con respecto a x aplicando la regla de la cadena:

$$\frac{\partial f}{ax}+\frac{\partial f}{ay}\frac{\partial y}{ax}=0$$

alcanzando la derivada buscada en el equilibrio,

$$\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{x}} = \frac{-\frac{\partial f(\bar{x},\bar{y})}{\partial x}}{\frac{\partial f(\bar{x},\bar{y})}{\partial y}}$$

Al establecer el teorema condiciones suficientes, si algunas de estas hipótesis no se verifican entonces no es posible afirmar que la función implícita no exista. En este sentido, aunque en ciertos casos del análisis económico no es posible demostrar el cumplimiento de algunas de las hipótesis, se supone su cumplimiento para poder avanzar en la resolución del problema.

El caso de dos ecuaciones (y dos variable endógenas) con una variable exógena o parámetro

Sea un sistema de dos ecuaciones y tres variables expresado en su “forma estructural”:

$$f_1(a,x,y) = 0$$
$$f_2(a,x,y) = 0$$

donde podemos definir dos variables en función de la restante, por ejemplo, x e y en función de a. En un modelo económico x e y constituyen las variables endógenas mientras que a constituye la variable exógena o parámetro. Reexpresando el sistema:

$$f_1(a,x(a),y(a)) \equiv 0$$
$$f_2(a,x(a),y(a)) \equiv 0$$

Esta forma de expresar el sistema de ecuaciones lineales, donde pueden definirse las variables endógenas en función de las exógenas se denomina “forma reducida”.

Las afirmaciones del teorema de la función implícita son las mismas que para el caso de una ecuación con dos variables con la única modificación de la hipótesis 4. En este caso:

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{vmatrix} \neq 0$$

donde $|J|$ representa el determinante de la matriz *jacobiana* del sistema (conformado por los vectores de derivadas parciales de las ecuaciones respecto a las variables endógenas del modelo).

El método de estática comparativa nos permite conocer la pendiente de las funciones $x = x(a)$ e $y = y(a)$ y analizar qué sucede en las condiciones de equilibrio ante un cambio de la variable exógena. Es decir, asumiendo la existencia de funciones $x = x(a)$ e $y = y(a)$ y derivando totalmente ambas ecuaciones respecto de a, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones lineal:

$$\begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial a} + \frac{\partial f_1}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial a} + \frac{\partial f_1}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial a} + \frac{\partial f_2}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial a} + \frac{\partial f_2}{\partial a} = 0 \end{cases}$$

que en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{x}}{\partial a} \\ \frac{\partial \bar{y}}{\partial a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial f_1}{\partial a} \\ -\frac{\partial f_2}{\partial a} \end{bmatrix}$$

Ahora bien, podemos resolver dicho sistema de ecuaciones lineal mediante la aplicación de la regla de Cramer:

$$\frac{\partial \bar{x}}{\partial a}=\frac{\begin{vmatrix}-\frac{\partial f_1}{\partial a} & \frac{\partial f_1}{\partial y}\\ -\frac{\partial f_2}{\partial a} & \frac{\partial f_2}{\partial y}\end{vmatrix}}{|J|}$$

$$\frac{\partial \bar{y}}{\partial a}=\frac{\begin{vmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x} & -\frac{\partial f_1}{\partial a}\\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & -\frac{\partial f_1}{\partial a}\end{vmatrix}}{|J|}$$

Es decir, sustituyendo la columna de términos conocidos $\begin{bmatrix}-\frac{\partial f_1}{\partial a}\\ -\frac{\partial f_2}{\partial a}\end{bmatrix}$ por los coeficientes correspondientes a la incógnita x e y, respectivamente.

Los resultados obtenidos pueden ser o bien “cualitativos” (por ejemplo, cuando aumenta a se incrementa x) o bien “cuantitativos” (por ejemplo, cuando aumenta a se incrementa x en tal proporción).

El caso general: $\boldsymbol{n}$ ecuaciones (y variables endógenas) con $\boldsymbol{m}$ variables exógenas o parámetros

Sea un sistema de n ecuaciones en forma implícita cuya solución determina el equilibrio, con $m\begin{pmatrix} > \\ m=n \\ < \end{pmatrix}$ variables exógenas o parámetros. Es decir,

$$f_i(x_1,x_2,\dots,x_n,\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_m)=0 \qquad i=1,2,\dots,n.$$

Si se satisfacen las hipótesis del teorema de la función implícita, podemos expresar las x_i (variables endógenas) como funciones diferenciables de las α_j (variables exógenas o parámetros) en el entorno del punto de equilibrio $(\overline{x_1},\overline{x_2},\dots,\overline{x_n},\overline{\alpha_1},\overline{\alpha_2},\dots,\overline{\alpha_m})$ que determina la solución del sistema. De esta forma, podemos expresar las variables endógenas en función de las variables exógenas o parámetros del modelo:

$$x_i = x_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m) \qquad i = 1,2, \dots, n.$$

Que satisfacen las siguientes relaciones:

$$f_i(x_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m), x_2(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m), \dots, x_n(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m), \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m) = 0 \quad i = 1,2, \dots, n$$

Mediante la regla de la cadena, las derivadas totales son para todo $i = 1,2, \dots, n$.

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f_i}{\partial x_i}\left(\frac{\partial x_s}{\partial \alpha_j}\right) + \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_j} = 0$$

evaluadas en el punto $(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_n}, \overline{\alpha_1}, \overline{\alpha_2}, \dots, \overline{\alpha_m})$.

Matricialmente y en forma extendida, el sistema lineal puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \vdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \overline{x_1}}{\partial \alpha_j} \\ \frac{\partial \overline{x_2}}{\partial \alpha_j} \\ \vdots \\ \frac{\partial \overline{x_n}}{\partial \alpha_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial f_1}{\partial \alpha_j} \\ -\frac{\partial f_2}{\partial \alpha_j} \\ \vdots \\ -\frac{\partial f_n}{\partial \alpha_j} \end{bmatrix}$$

cuyas n incógnitas $\frac{\partial \overline{x_\imath}}{\partial \alpha_j}$ $(i = 1,2, \dots, n)$ pueden resolverse aplicando la regla de Cramer:

$$\frac{\partial \bar{x}_i}{\partial \alpha_j} = \frac{\Delta_i}{|J|} \qquad \text{donde } |J| = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \vdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

mientras que Δ_i es el determinante que resulta de sustituir en $|J|$ la columna de términos conocidos $\left(-\frac{\partial f_n}{\partial \alpha_j}\right)$ por la columna de los coeficientes correspondientes a la incógnita x_i.

Dado que asumimos que el *jacobiano* de las funciones f_i respecto de las x_i no se anula para que las funciones $x_i = x_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$ existan, el sistema de ecuaciones lineal es resoluble. Sin embargo, que el sistema sea resoluble no implica que podamos conocer con certeza los signos de Δ_i y $|J|$.

El principio de correspondencia de Samuelson

Como fue mencionado anteriormente, la aplicación del método de estática comparativa no nos dice nada respecto del análisis dinámico de las variables ni tampoco si el nuevo equilibrio será finalmente alcanzado. Por su parte, un equilibrio que no puede ser alcanzado es irrelevante en términos económicos. Sin embargo, existe una conexión entre estática comparativa y análisis dinámico, a la cual Samuelson denominó principio de correspondencia.

Siguiendo a Rodríguez (2013), en el estudio de la estabilidad dinámica del punto de equilibrio, es posible alcanzar, mediante el cumplimiento de ciertos supuestos, sistemas de ecuaciones dinámicas del tipo:

$$\frac{dx_i}{dt} = k_i f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \qquad k_i > 0 \quad i = 1,2,\dots,n$$

donde $k_i f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es una linealización en el entorno del punto de equilibrio de una función $h_i[f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)]$, donde h_i preserva el signo y $h_i'[0] = k_i$. En este sentido, las ecuaciones de la estática comparativa resultan un caso particular del modelo general dinámico para el caso estacionario, es decir, para $\frac{dx_i}{dt} = 0$ $(i = 1,2,\dots,n)$.

Al no conocer las funciones f_i que componen el sistema, es posible aproximar linealmente a ellas en el entorno del punto de equilibrio $(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_n})$. Considerando los desvíos $\hat{x}_i \equiv (x_i - \overline{x_\iota})$ respecto del equilibrio

$$\hat{x}_i = k_i \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \overline{x_J} \qquad k_i > 0, \quad i = 1,2,\dots,n$$

donde las $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ están valuadas en el punto de equilibrio. Entonces podemos escribir el siguiente sistema lineal de primer orden con coeficientes constantes:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\overline{x_1}}{dt} \\ \frac{d\overline{x_2}}{dt} \\ \vdots \\ \frac{d\overline{x_n}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \vdots & k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{x_1} \\ \overline{x_2} \\ \vdots \\ \overline{x_n} \end{bmatrix}$$

Si este sistema es estable, entonces cumple con las condiciones necesarias de estabilidad. En particular, aquella que establece que la matriz de coeficientes debe tener el signo de $(-1)^n$. Entonces,

$$\begin{vmatrix} k_1\frac{\partial f_1}{\partial x_1} & k_1\frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & k_1\frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ k_2\frac{\partial f_2}{\partial x_1} & k_2\frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \vdots & k_2\frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_n\frac{\partial f_n}{\partial x_1} & k_n\frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & k_n\frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix} = \underbrace{k_1 k_2 \dots k_n}_{+} \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \vdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix}$$

$$= \underbrace{k_1 k_2 \dots k_n}_{+} \Delta$$

donde $\Delta = |J|$, es decir, el determinante de la matriz resulta igual al *jacobiano* que conformaba el sistema de la estática comparativa.

Citando a Ramón García-Cobián (2004): Si se asume que un equilibrio de un sistema estático es equilibrio asintóticamente estable de un sistema dinámico, entonces pueden determinarse unívocamente los signos de los multiplicadores de aquel sistema estático.

2. EL MODELO MUNDELL-FLEMING

2.1 Introducción: Los orígenes del modelo

El modelo Mundell-Fleming surge como consecuencia de la necesidad de ampliar el análisis macroeconómico proporcionado por el modelo IS-LM ante el creciente flujo de comercio y de capitales internacionales que comenzó a registrarse con posterioridad a la segunda posguerra. En su concepción, el modelo podría ser considerado como una síntesis de las ideas desarrolladas incipientemente y en forma independiente por Marcus

Fleming en su trabajo de 1962 titulado "*Domestic Financial Policies Under Fixed and Under Floating Exchange Rates*" y de Robert A. Mundell, en su trabajo presentado en el encuentro anual de 1963 de la Asociación Canadiense de Economía Política denominado "*Capital mobility and stabilization policy under fixed and flotante exchange rates*". Hasta entonces, en el análisis keynesiano de economías abiertas prevalecían las contribuciones de Jean Meade sobre la diferenciación de los efectos de las políticas monetarias y fiscales al interior de la economía de aquellos sobre el balance externo (Boughton, 2003).

Fleming (1962) reorientó el análisis de Meade en pos de examinar las consecuencias de la elección de un régimen cambiario (fijo o flotante) sobre la efectividad de las políticas monetarias y fiscales para regular el producto interno. En este sentido, citando a Boughton (2003):

> *Monetary policy, he argued, was more effective under floating exchange rates, both in absolute terms and relative to a fiscal policy action of a given size. He also showed that the effect of floating on the effectiveness of fiscal policy—measured as an autonomous change in domestic spending with a fixed stock of money—was ambiguous.*

Los resultados expuestos por Fleming se basaron en el análisis estático comparado del modelo IS-LM keynesiano ampliado a economías abiertas. Es decir, incorporando relaciones entre flujos de capital y la tasa de interés doméstica.

Mundell desarrolló su análisis en una serie de cuatro trabajos (1960, 1961a y b, y 1963), introduciendo en el primero de ellos el concepto de "principio de clasificación efectiva de mercado" o "*principle of effective market classification*": la noción de que un instrumento de política económica debe orientarse hacia aquel objetivo donde más influencia relativa tiene. A partir de una variante de dos ecuaciones del modelo de Laursen y Metzler (1950) desarrolló el ajuste dinámico del balance interno y externo en respuesta a *shocks* de política monetaria. Siguiendo la misma línea, en sus artículos posteriores extendió su estudio mostrando que, en términos generales, tanto la política fiscal como la política monetaria resultan más efectivas bajo un régimen de tipo de cambio flotante. Sin embargo, la efectividad se da en mayor medida a partir de la aplicación de instrumentos de política monetaria y, en el extremo, con perfecta movilidad de capitales, la política fiscal resulta inefectiva para restaurar el equilibrio interno.

En esencia, las ideas de Meade se vieron reflejadas en el modelo Mundell-Fleming que combinó las ecuaciones de Fleming con el análisis de política económica de Mundell. Siguiendo a Boughton (2003), la evidencia empírica disponible nos indica que los modelos de Mundell y Fleming fueron desarrollados de manera independiente y en forma contemporánea (*ver modelos en apéndice*). Sin embargo, ambos comenzaron a trabajar conjuntamente a partir de septiembre de 1960 cuando Mundell, recomendado por Paul Samuelson (entre otros economistas), se unió a la División de Estudios Especiales del Fondo Monetario Internacional donde Fleming ocupaba el cargo de asesor en el Departamento de Investigaciones.

De acuerdo a Boughton (2003), las primeras referencias publicadas al “modelo Mundell-Fleming” fueron introducidas por Dornbush (1976a y b) y Dornbush y Krugman (1976). Más tarde, el manual de macroeconomía abierta de Dornbush de 1980 lo transformaría en uno de los modelos más estudiados por los economistas.

2.2 Relaciones funcionales del modelo

Existen diversas formas de expresar el modelo Mundell-Fleming en términos de relaciones funcionales, es decir, en términos de identidades, ecuaciones de comportamiento y condiciones de equilibrio. Probablemente, cada manual de macroeconomía nos ofrezca una versión *diferente* de expresar el modelo.

Como fue mencionado anteriormente, el modelo Mundell-Fleming extiende el análisis keynesiano del modelo IS-LM a economías abiertas. Ambos modelos asumen que el nivel de precios es fijo y pretenden mostrar cuáles son las causas de las fluctuaciones de corto plazo en la demanda agregada.

Ahora bien, el modelo Mundell-Fleming establece que el comportamiento de una economía depende del tipo de régimen de tipo de cambio que adopte. A continuación analizamos dos casos posibles.

Modelo Mundell-Fleming bajo un régimen de tipo de cambio fijo

Si asumimos que la economía en análisis opera con un régimen de tipo de cambio fijo, el Banco Central pierde autonomía sobre su política monetaria. En este sentido, al estar dispuesto a comprar y vender divisas en el mercado de cambios a un precio fijo, deberá ajustar la oferta de dinero al nivel que asegure que el tipo de cambio de equilibrio sea igual al tipo de cambio anunciado.

Por otro lado, dado que los precios son fijos en el corto plazo, un tipo de cambio nominal fijo implica también un tipo de cambio real fijo. Por tanto, los cambios en el nivel de exportaciones e importaciones (balanza comercial) no responden o son función del tipo de cambio.

En cuanto a la expresión matemática del modelo, a las primeras dos ecuaciones que definen las condiciones de equilibrio en el mercado de bienes (incluyendo en este caso importaciones y exportaciones) y en el mercado de dinero del IS-LM, puede adicionarse una tercera que define el equilibrio del balance de pagos. En consecuencia, podríamos describir una variante del modelo mediante las siguientes tres condiciones de equilibrio:

$$\begin{cases} X_0 + I(Y,r) + G_0 - S(Y,r) - M(Y,\theta) = 0 \\ L(Y,r) - L_s = 0 \\ X_0 - M(Y,\theta) + K(r) = 0 \end{cases}$$

Con $\begin{cases} 0 < I_Y < 1 & I_r < 0 & 0 < M_Y < 1 \\ 0 < S_Y < 1 & S_r > 0 & K_r > 0 \\ L_y > 0 & L_r < 0 & M_\theta > 0 \end{cases}$

donde,

$Y = nivel\ de\ ingreso$

$I = gasto\ de\ inversión$

$S = nivel\ de\ ahorro$

$L = demanda\ de\ dinero$

$L_s = oferta\ real\ de\ dinero$

$r = tasa\ de\ interés$

$G_0 = gasto\ público\ (exógeno)$

$\theta = parámetro\ que\ afecta\ exógenamente\ las\ imp.(por\ ej.: impuesto).$

A su vez, se define el balance de pagos como:

$B = X_0 - M(Y) + K(r)$

donde $B > 0$ significa situación de superávit externo (acumulación de reservas) mientras que $B < 0$ significa situación de déficit externo (pérdida de reservas). Es decir,

$B - \Delta Reservas = 0$

siendo,

$X_0 = exportaciones\ (exógenas)$

$M = importaciones$

$K = ingreso\ neto\ de\ capitales$

Tal sistema arroja entonces el nivel de ingreso $\overline{Y}$, tasa de interés $\overline{r}$ y oferta real de dinero $\overline{L_s}$ de equilibrio (variables endógenas) para un nivel de exportaciones X_0, gasto de gobierno G_0 y parámetro sobre importaciones θ (variables exógenas o parámetros).

Modelo Mundell-Fleming bajo un régimen de tipo de cambio flotante

Si asumimos que la economía en análisis opera con un régimen de tipo de cambio flotante, el tipo de cambio fluctuará en función de las condiciones macroeconómicas determinándose endógenamente.

Si además suponemos que la economía analizada es una economía pequeña con perfecta movilidad de capitales, es posible reducir al sistema a uno de dos ecuaciones con dos variables endógenas. Por un lado, la economía, dado su tamaño relativo, no tiene el poder de mercado suficiente para afectar la tasa de interés internacional. Es decir, la tasa de interés de la economía queda determinada exógenamente por la tasa de interés internacional. Por el otro, la perfecta movilidad de capitales implica que los desajustes de la cuenta capital en virtud de un posible diferencial entre las tasas de interés (doméstica e internacional) sean arbitrados y, por ende, resulten momentáneos. En efecto, podemos asumir que la cuenta capital permanece en equilibrio.

Siguiendo a Mankiw (2003), consideremos entonces el siguiente modelo:

$$\begin{cases} Y - C(Y-T) - I(r^*) - G_0 - NX(e) = 0 \\ L(Y, r^*) - L_s = 0 \end{cases}$$

Con $\begin{cases} 0 < c_{(Y-T)} < 1 & I_{r^*} < 0 & NX_e < 0 \\ L_Y > 0 & L_{r^*} < 0 & \end{cases}$

donde,

$Y = nivel\ de\ ingreso$

$I = gasto\ de\ inversión$

$C = consumo\ privado$

$T = recaudación\ fiscal$

$L = demanda\ de\ dinero$

$L_s = oferta\ real\ de\ dinero\ (fija)$

$r^* = tasa\ de\ interés\ internacional$

$G_0 = gasto\ público$

$NX = exportaciones\ netas$

$e = tipo\ de\ cambio\ nominal\ (unidades\ de\ moneda\ extranjera\ /\ unidad\ de\ moneda\ doméstica)$[1]

Dado que se asumen precios fijos en la economía doméstica y en el resto del mundo, el tipo de cambio real resulta proporcional al tipo de cambio nominal: $\epsilon = e\frac{P}{P^*}$

A diferencia del modelo anterior (*régimen de tipo de cambio fijo*), entonces:

- Expresamos el ahorro nacional en función del ingreso y el consumo sobre el ingreso disponible: $Y - C(Y - T) = S$.
- Expresamos la balanza comercial como exportaciones netas: $NX_e = X - M$, determinadas en función del tipo de cambio nominal, dado que analizamos una economía bajo un régimen de tipo de cambio flotante.

[1] Entonces, una devaluación de la moneda implica una caída del tipo de cambio nominal. Por el contrario, una apreciación de la moneda doméstica implica una suba del tipo de cambio nominal.

En cumplimiento con el teorema de Marshall-Lerner[2], una devaluación de la moneda doméstica (caída del tipo de cambio nominal) tiene un efecto positivo sobre la balanza comercial.

- La tasa de interés está determinada exógenamente en función de la tasa de interés internacional: $r = r^*$.
- La oferta real de dinero está determinada exógenamente: L_s.

Tal sistema arroja entonces el nivel de ingreso $\bar{Y}$ y el tipo de cambio nominal $\bar{e}$ de equilibrio (variables endógenas), para un nivel de tasa de interés r^*, oferta real de dinero $\overline{L_s}$, gasto de gobierno G_0 y recaudación fiscal T (variables exógenas o parámetros).

3. APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ESTÁTICA COMPARATIVA AL MODELO MUNDELL-FLEMING

Ejercicio I: Economía bajo régimen de tipo de cambio fijo

Evalúe los cambios en las condiciones de equilibrio ante modificaciones en las variables exógenas o parámetros del modelo.

A continuación analizaremos la aplicación del método de estática comparativa al modelo Mundell-Fleming asumiendo una economía con régimen de tipo de cambio fijo. En los años 1950s y 1960s, la mayoría de las principales economías del mundo operaron bajo el sistema Bretton-Woods. El mundo abandonó este sistema a principios de los años 1970s y los tipos de cambio comenzaron a flotar. Más tarde, algunas economías

[2] Establece que una devaluación de la moneda tendrá un efecto positivo sobre la balanza comercial si la suma de las elasticidades precios de las importaciones y las exportaciones son, en valor absoluto, mayores a la unidad.

europeas y del mundo volvieron a adoptar un sistema de tipo de cambio fijo. De hecho, la Argentina mantuvo un régimen de caja de conversión (tipo de cambio fijo frente al dólar) durante los 1990s y hasta el año 2001.

Evaluemos entonces la dirección del nuevo equilibrio ante las siguientes modificaciones:

1. Un aumento exógeno de las exportaciones X_0.

2. Un aumento exógeno del gasto público G_0.

3. Un aumento exógeno del parámetro sobre importaciones θ.

Es decir, la solución de equilibrio expresada en su forma reducida será:

$$\begin{cases} \bar{Y} = \bar{Y}(X_0, G_0, \theta) \\ \bar{r} = \bar{r}(X_0, G_0, \theta) \\ \overline{L_s} = \overline{L_s}(X_0, G_0, \theta) \end{cases}$$

Reemplazando la solución en el sistema:

$$\begin{cases} X_0 + I(\bar{Y}(X_0, G_0, \theta), \bar{r}(X_0, G_0, \theta)) + G_0 - S_r(\bar{Y}(X_0, G_0, \theta), \bar{r}(X_0, G_0, \theta)) - M(\bar{Y}(X_0, G_0, \theta), \theta) = 0 \\ L(\bar{Y}(X_0, G_0, \theta), \bar{r}(X_0, G_0, \theta)) - \overline{L_s} = 0 \\ X_0 - M(\bar{Y}(X_0, G_0, \theta), \theta) + K(\bar{r}(X_0, G_0, \theta)) = 0 \end{cases}$$

1. Para analizar el efecto de un incremento en las exportaciones exógenas sobre las variables de equilibrio del sistema, derivamos parcialmente las funciones que componen el sistema de ecuaciones en relación a X_0:

donde definimos, por ejemplo, $I_y = \frac{\partial I}{\partial y}$

$$\begin{cases} 1 + I_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial X_0} + I_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial X_0} - S_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial X_0} - S_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial X_0} - M_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial X_0} = 0 \\ L_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial X_0} + L_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial X_0} - \dfrac{\partial \overline{L_s}}{\partial X_0} = 0 \\ 1 - M_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial X_0} + K_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial X_0} = 0 \end{cases}$$

Agrupando variables endógenas por un lado y variables exógenas o parámetros por el otro tenemos:

$$\Rightarrow \begin{cases} (I_y - S_y - M_y) \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial X_0} + (I_r - S_r) \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial X_0} = -1 \\ L_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial X_0} + L_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial X_0} - \dfrac{\partial \overline{L_s}}{\partial X_0} = 0 \\ -M_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial X_0} + K_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial X_0} = -1 \end{cases}$$

que puede expresarse matricialmente,

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} (I_y - S_y - M_y) & (I_r - S_r) & 0 \\ L_y & L_r & -1 \\ -M_y & K_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial X_0} \\ \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial X_0} \\ \dfrac{\partial \overline{L_s}}{\partial X_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el determinante de la matriz mediante la regla de Laplace por columna 3:

$$|J| = (-1)^{2+3}(-1)(I_y - S_y - M_y)K_r + M_y(I_r - S_r) \to Indeterminado$$

$$+ \qquad \underbrace{+ \quad -}_{?} \qquad + \quad + \qquad - \qquad \underbrace{- \quad +}_{-}$$

Es decir, como no puedo determinar el signo de $(I_y - S_y)$ el signo del determinante resulta *a priori* indeterminado.

2. Pasamos a analizar el efecto de aumento exógeno del gasto público G_0 sobre las variables de equilibrio del sistema.

$$\begin{cases} I_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} + I_r \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} + 1 - S_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} - S_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial G_0} - M_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} = 0 \\ L_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} + L_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial G_0} - \dfrac{\partial \overline{L_s}}{\partial G_0} = 0 \\ -M_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} + K_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial G_0} = 0 \end{cases}$$

Agrupando variables endógenas por un lado y variables exógenas o parámetros por el otro tenemos:

$$\Rightarrow \begin{cases} (I_y - S_y - M_y) \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} + (I_r - S_r) \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial G_0} = -1 \\ L_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} + L_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial G_0} - \dfrac{\partial \overline{L_s}}{\partial G_0} = 0 \\ -M_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} + K_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial G_0} = 0 \end{cases}$$

puede expresarse matricialmente,

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} (I_y - S_y - M_y) & (I_r - S_r) & 0 \\ L_y & L_r & -1 \\ -M_y & K_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} \\ \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial G_0} \\ \dfrac{\partial \overline{L_s}}{\partial G_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resultando el mismo determinante de la matriz asociada al sistema de ecuaciones lineal que en el caso anterior y, en consecuencia, su signo indeterminado.

3. A continuación analizamos el efecto del aumento del parámetro sobre importaciones θ sobre las variables de equilibrio del sistema.

$$\begin{cases} I_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} + I_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} - S_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} - S_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} - M_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} - M_\theta = 0 \\ L_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} + L_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} - \dfrac{\partial \overline{L_s}}{\partial \theta} = 0 \\ -M_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} - M_\theta + K_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (I_y - S_y - M_y) \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} + (I_r - S_r) \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} = M_\theta \\ L_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} + L_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} - \dfrac{\partial \overline{L_s}}{\partial \theta} = 0 \\ -M_y \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} + K_r \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} = M_\theta \end{cases}$$

puede expresarse matricialmente,

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} (I_y - S_y - M_y) & (I_r - S_r) & 0 \\ L_y & L_r & -1 \\ -M_y & K_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} \\ \dfrac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} \\ \dfrac{\partial \overline{L_s}}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_\theta \\ 0 \\ M_\theta \end{bmatrix}$$

siendo nuevamente el determinante de la matriz asociada al sistema de ecuaciones lineal y su signo indeterminado. En consecuencia, no es posible determinar *a priori* la dirección del nuevo equilibrio para ninguno de los casos analizados.

Aplicación del principio de correspondencia

Al no poder determinar el signo del determinante del *jacobiano*, aplicamos el principio de correspondencia, siendo n (cantidad de ecuaciones o variables endógenas del sistema) igual a 3**:**

Signo $\lvert J\rvert$=Signo $(-1)^3$=> $\lvert J\rvert < 0$

Volviendo a los casos analizados, resolvemos aplicando la regla de Cramer para sistemas de ecuaciones lineales:

3. Un aumento exógeno de las exportaciones X_0.

Resolvemos (al igual que en lo sucesivo) el determinante del numerador mediante la regla de Laplace por Columna 3:

$$\frac{\partial \bar{Y}}{\partial X_0} = \frac{\begin{vmatrix} -1 & I_r - S_r & 0 \\ 0 & L_r & -1 \\ -1 & K_r & 0 \end{vmatrix}}{|J|} = \frac{(-1)^{2+3}\overset{+}{(-1)}\overset{-}{(-K_r)} + \overset{+}{(I_r - S_r)}}{|J|} = \frac{-}{-} > 0$$

Un incremento en el nivel de las exportaciones genera un aumento del ingreso nacional.

$$\frac{\partial \bar{r}}{\partial X_0}=\frac{\begin{vmatrix} I_y-S_y-M_y & -1 & 0 \\ L_y & 0 & -1 \\ -M_y & -1 & 0 \end{vmatrix}}{|J|}$$

$$=\frac{(-1)^{2+3}(-1)[-(I_y-S_y-M_y)]-M_y}{|J|}$$

$$=\frac{\overbrace{S_y-I_y}^{?}}{-}\begin{pmatrix} > \\ = \\ < \end{pmatrix}0$$

No podemos determinar el efecto que genera un incremento de las exportaciones sobre la tasa de interés.

$$\frac{\partial \overline{L_s}}{\partial X_0}=\frac{\begin{vmatrix} I_y-S_y-M_y & I_r-S_r & -1 \\ L_y & L_r & 0 \\ -M_y & K_r & -1 \end{vmatrix}}{|J|}=$$

$$=\frac{(-1)^{1+3}(-1)\overbrace{(\overset{+}{L_y}\overset{+}{K_r}+\overset{+}{M_y}\overset{-}{L_r})}^{?}+(-1)^{3+3}(-1)[(\overset{?}{I_y-S_y-M_y})\overset{+}{L_r}-\overset{-}{L_y}(\overset{+}{I_r}-\overset{-}{S_r})]^{+}}{|J|}\begin{pmatrix} > \\ = \\ < \end{pmatrix}0$$

No podemos determinar el efecto que genera un incremento de las exportaciones sobre la oferta de dinero.

4. Un aumento exógeno del gasto público G_0.

$$\frac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0}=\frac{\begin{vmatrix} -1 & I_r-S_r & 0 \\ 0 & L_r & -1 \\ 0 & K_r & 0 \end{vmatrix}}{|J|}=\frac{(-1)^{2+3}(-1)(-\overset{+}{K_r})}{|J|}=\frac{-}{-}>0$$

Un incremento en el nivel de gasto público genera un aumento del ingreso nacional.

$$\frac{\partial \bar{r}}{\partial G_0}=\frac{\begin{vmatrix} I_y-S_y-M_y & -1 & 0 \\ L_y & 0 & -1 \\ -M_y & 0 & 0 \end{vmatrix}}{|J|}=\frac{(-1)^{2+3}(-1)(-\overset{+}{M_y})}{|J|}=\frac{-}{-}>0$$

Un incremento en el nivel de gasto público genera un aumento de la tasa de interés.

$$\frac{\partial \bar{L_s}}{\partial G_0}=\frac{\begin{vmatrix} I_y-S_y-M_y & I_r-S_r & -1 \\ L_y & L_r & 0 \\ -M_y & K_r & 0 \end{vmatrix}}{|J|}$$

$$=\frac{(-1)^{1+3}\overset{-}{(-1)}(\overset{+}{L_y}\overset{+}{K_r}+\overset{+}{M_y}\overset{-}{L_r})}{|J|}\begin{pmatrix} > \\ = \\ < \end{pmatrix}0$$

No podemos determinar el efecto que genera un incremento del gasto público sobre la oferta de dinero.

5. Un aumento exógeno del parámetro sobre importaciones θ.

$$\frac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} = \frac{\begin{vmatrix} M_\theta & I_r - S_r & 0 \\ 0 & L_r & -1 \\ M_\theta & K_r & 0 \end{vmatrix}}{|J|} = \frac{(-1)^{2+3}(-1)\overset{+}{M_\theta}\overset{+}{K_r} - \overset{+}{M_\theta}\overbrace{(\overset{-}{I_r} - \overset{+}{S_r})}^{-}}{|J|} = \frac{+}{-} < 0$$

Una suba del parámetro sobre importaciones θ genera una caída del ingreso nacional.

$$\frac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} = \frac{\begin{vmatrix} I_y - S_y - M_y & M_\theta & 0 \\ L_y & 0 & -1 \\ -M_y & M_\theta & 0 \end{vmatrix}}{|J|}$$

$$= \frac{(-1)^{2+3}(-1)\left(I_y - S_y - M_y\right)M_\theta + M_y M_\theta}{|J|} =$$

$$= \frac{\overset{?}{\left(I_y - S_y\right)}\overset{+}{M_\theta}}{|J|} \begin{pmatrix} > \\ = \\ < \end{pmatrix} 0$$

No podemos determinar el efecto que genera un incremento del parámetro sobre importaciones θ sobre la tasa de interés.

$$\frac{\partial \overline{L_s}}{\partial \theta} = \frac{\begin{vmatrix} I_y - S_y - M_y & I_r - S_r & M_\theta \\ L_y & L_r & 0 \\ -M_y & K_r & M_\theta \end{vmatrix}}{|J|} =$$

$$= \frac{\overset{+}{(-1)^{1+3}}M_\theta\overbrace{\left(\overset{+}{L_y}\overset{+}{K_r} + \overset{+}{M_y}\overset{-}{L_r}\right)}^{?} + \overset{+}{(-1)^{3+3}}\overset{?}{M_\theta}\left[\left(I_y - S_y - \overset{-}{M_y}\right)\overset{+}{L_r} - \overset{+}{L_y}\overbrace{(\overset{-}{I_r} - \overset{+}{S_r})}^{-}\right]}{|J|}\begin{pmatrix} > \\ = \\ < \end{pmatrix} 0$$

No podemos determinar el efecto que genera un incremento del parámetro sobre importaciones θ sobre la oferta de dinero.

Resumiendo los resultados obtenidos,

$$\frac{\partial \bar{Y}}{\partial X_0} > 0, \qquad \frac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} > 0, \qquad \frac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} > 0, \qquad \frac{\partial \bar{r}}{\partial G_0} > 0$$

El resto de las modificaciones analizadas resultan indeterminadas.

Utilización de supuestos más restrictivos

Otra forma de determinar la dirección del nuevo equilibrio, dadas las modificaciones en las variables exógenas o parámetros del sistema, es mediante la utilización de supuestos más restrictivos. Es decir, a partir de asumir la proporción de ciertas derivadas parciales. Por ejemplo, podemos asumir que $S_y > I_y$: la proporción marginal a ahorrar sobre el ingreso es superior a la proporción marginal a invertir sobre el mismo ingreso.

Si $S_y > I_y$, entonces $S_y - I_y > 0$. Retomando el ejercicio:

$$\frac{\partial \bar{r}}{\partial X_0} = \frac{\overbrace{S_y - I_y}^{+}}{-} < 0$$

$$\frac{\partial \overline{L_s}}{\partial X_0} = \frac{-\overbrace{\left(\overset{+}{L_y}\overset{+}{K_r} + \overset{+}{M_y}\overset{-}{L_r}\right)}^{?} - \overbrace{\left[\left(\overset{-}{I_y - S_y} - \overset{+}{M_y}\right)\overset{-}{L_r} - \overset{+}{L_y}(\overset{-}{I_r} - \overset{+}{S_r})\right]}^{+}}{|J|}\begin{pmatrix} > \\ = \\ < \end{pmatrix} 0$$

$$\frac{\partial \overline{L_s}}{\partial G_0} = \frac{-(\overset{+}{L_y}\overset{+}{K_r} + \overset{+}{M_y}\overset{-}{L_r})}{|J|} \begin{pmatrix} > \\ = \\ < \end{pmatrix} 0$$

$$\frac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} = \frac{\overset{-}{(I_y - S_y)}\overset{+}{M_\theta}}{|J|} > 0$$

$$\frac{\partial \overline{L_s}}{\partial \theta} = \frac{\overset{+}{M_\theta}\overbrace{(\overset{+}{L_y}\overset{+}{K_r} + \overset{+}{M_y}\overset{-}{L_r})}^{?} + \overbrace{\overset{+}{M_\theta}\left[\overset{-}{(I_y - S_y} - \overset{-}{M_y})\overset{+}{L_r} - \overset{+}{L_y}\overbrace{(\overset{-}{I_r} - \overset{+}{S_r})}^{-}\right]}^{+}}{|J|} \begin{pmatrix} > \\ = \\ < \end{pmatrix} 0$$

Entonces, a los resultados obtenidos en el punto anterior debe agregarse:

$$\frac{\partial \bar{r}}{\partial X_0} < 0 \quad y \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial \theta} > 0$$

En definitiva, nada puede decirse sobre los efectos en la oferta monetaria.

Ejercicio II: Economía pequeña bajo régimen de tipo de cambio flotante

Obtenga el signo de las curvas que describen condiciones de equilibrio. Evalúe los cambios en las condiciones de equilibrio ante modificaciones en ciertas variables exógenas o parámetros del modelo. Interprete gráficamente.

Actualmente, la mayoría de las economías en el mundo operan bajo régimen de tipo de cambio flotante. No obstante ello, algunas economías (como la argentina) utilizan sistemas de tipo de cambio administrado. En este contexto, el Banco Central administra la flotación del tipo de cambio interviniendo, principalmente, en el mercado de cambios.

A continuación analizaremos el caso de una economía pequeña bajo régimen de tipo de cambio flotante de acuerdo al modelo descripto en el apartado anterior.

En primer lugar, obtenemos el signo de las curvas que describen condiciones de equilibrio en el mercado de bienes y en el mercado de dinero diferenciando totalmente respecto de las variables endógenas ambas ecuaciones. Retomando:

$$\begin{cases} Y - C(Y - T) - \ I(r^*) + G_0 - NX(e) = 0 \\ L(Y, r^*) - L_s = 0 \end{cases}$$

Entonces, $$\begin{cases} dy = c_y dy + I_y dy + NX_e de \\ \qquad L_y dy = 0de \end{cases}$$

Es decir, $$\begin{cases} \left(1 - c_{y)}\right) dy = NX_e de \\ \qquad L'_y dy = 0de \end{cases}$$

Agrupando términos, obtenemos la *pendiente de la IS (mercado de bienes):*

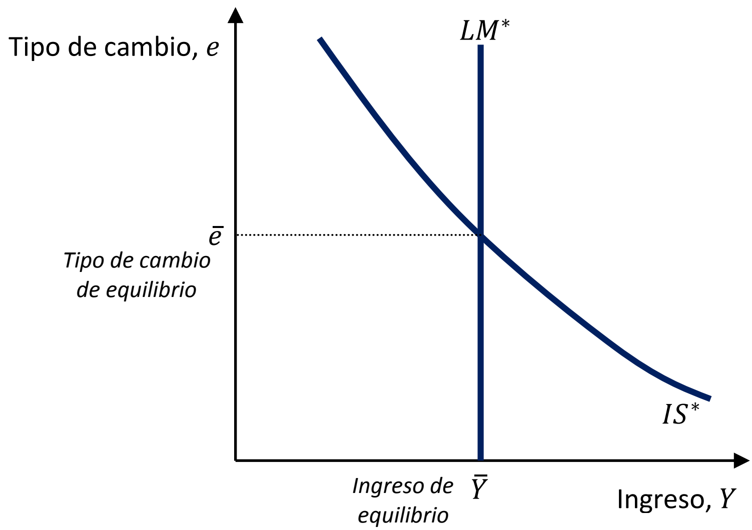
$$\boxed{\frac{de}{dy} = \frac{\overbrace{\left(1 - c_{y)}\right)}^{+}}{\underbrace{NX_e}_{-}} < 0}$$

Y la *pendiente de la LM (mercado de dinero):*

$$\boxed{\frac{de}{dy} = \frac{L'_y}{0} = \infty}$$

Gráficamente:

Figura 1. Economía bajo régimen de tipo de cambio flotante
Mercado de bienes y Mercado de dinero en equilibrio



Fuente: Elaboración propia.

Evaluemos ahora como afecta una modificación de las variables exógenas o parámetros sobre las variables endógenas del modelo, donde la solución de equilibrio expresada en su forma reducida será:

$$\begin{cases} \bar{e} = \bar{e}(T, G_0, r^*, L_S) \\ \bar{Y} = \bar{Y}(T, G_0, r^*, L_S) \end{cases}$$

Para este caso, resolvamos a partir del cálculo del diferencial total de ambas ecuaciones[3].

[3] En el ejercicio anterior, el método de estática comparativa se aplicó a partir de las derivadas parciales de las ecuaciones del modelo. Sin embargo, puede obtenerse el mismo resultado mediante el cálculo del diferencial total de las mismas ecuaciones.

$$\begin{cases} Y - C(Y-T) - I(r^*) - G_0 - NX(e) = 0 \\ L(Y, r^*) - L_s = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} dy - c'_{(Y-T)}(dy - dT) - I'_{r^*}dr^* - dG_0 - NX'de = 0 \\ L_Y dy + L_{r^*}dr^* - L_s = 0 \end{cases}$$

Agrupando variables endógenas por un lado y variables exógenas o parámetros por el otro tenemos:

$$\begin{cases} \left(1 - c'_{(Y-T)}\right)dy - NX_e de = I'_{r^*}dr^* + dG_0 + c'_{(Y-T)}\, dT \\ L_Y dy = dL_s - L_{r^*}dr^* \end{cases}$$

O expresado matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \left(1 - c'_{(Y-T)}\right) & -NX_e \\ L_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy \\ de \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I'_{r^*} & 1 & c'_{(Y-T)} & 0 \\ L'_{r^*} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dr^* \\ dG_0 \\ dT \\ dL_s \end{bmatrix}$$

Analicemos entonces las siguientes modificaciones resolviendo mediante la regla de Cramer para sistemas de ecuaciones lineales:

1. Un aumento exógeno del gasto público G_0 (política fiscal expansiva).

$$\begin{bmatrix} \left(1 - c'_{(Y-T)}\right) & -NX_e \\ L_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy/dG_0 \\ de/dG_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde el signo del *jacobiano*,

$$|J| = \begin{vmatrix} \left(1 - c'_{(Y-T)}\right) & -NX_e \\ L_Y & 0 \end{vmatrix} = \overbrace{\left(1 - c'_{(Y-T)}\right)0}^{0} + \overbrace{L_Y NX_e}^{+\ -} < 0$$

Entonces,

$$\frac{d\bar{y}}{dG_0} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -NX_e \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}{|J|} = \frac{0}{-} = 0$$

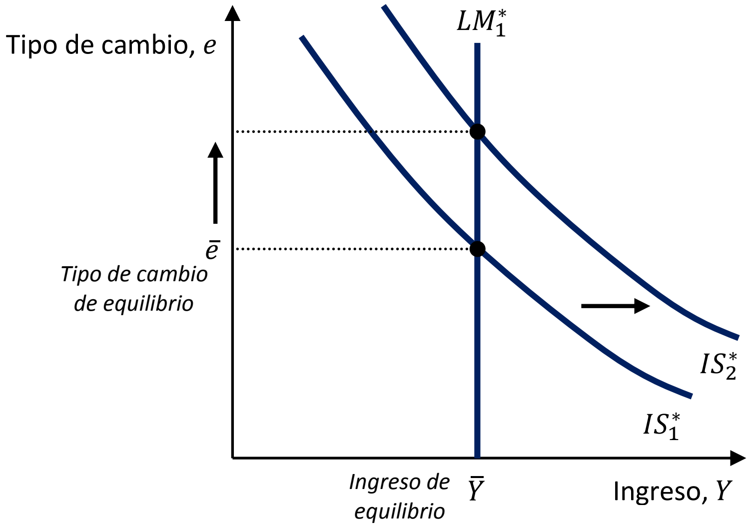
Un incremento en el nivel de gasto público no genera efectos sobre el ingreso de la economía.

$$\frac{d\bar{e}}{dG_0} = \frac{\begin{bmatrix} \left(1 - c'_{(Y-T)}\right) & 1 \\ L_Y & 0 \end{bmatrix}}{|J|} = \frac{\overbrace{\left(1 - c'_{(Y-T)}\right)0}^{0} - \overbrace{L_Y}^{+}}{-} > 0$$

Un incremento en el nivel de gasto público genera un aumento del tipo de cambio.

Gráficamente:

Figura 2. Economía bajo régimen de tipo de cambio flotante
Efectos de la aplicación de una política fiscal expansiva



Fuente: Elaboración propia.

En una economía pequeña, tan pronto la tasa de interés comienza a elevarse por encima de la tasa de interés internacional, ingresan flujos de capitales desde el exterior. Este ingreso de capitales produce un incremento de la demanda relativa de moneda doméstica en el mercado de cambios. Es decir, una apreciación de la moneda doméstica (aumento de e). Esta apreciación torna más caros los bienes domésticos en relación a aquellos del exterior, reduciendo las exportaciones netas y, en efecto, contrarrestando el efecto expansivo de la política fiscal sobre el nivel de ingreso de la economía.

5. Un aumento de la oferta real de dinero $d\overline{L_s}$ (política monetaria expansiva).

$$\begin{bmatrix} \left(1-c'_{(Y-T)}\right) & -NX_e \\ L_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy/dL_s \\ de/dL_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Entonces,

$$\frac{d\bar{y}}{dL_s} = \frac{\begin{bmatrix} 0 & -NX_e \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}{|J|} = \frac{\overbrace{NX_e}^{-}}{-} > 0$$

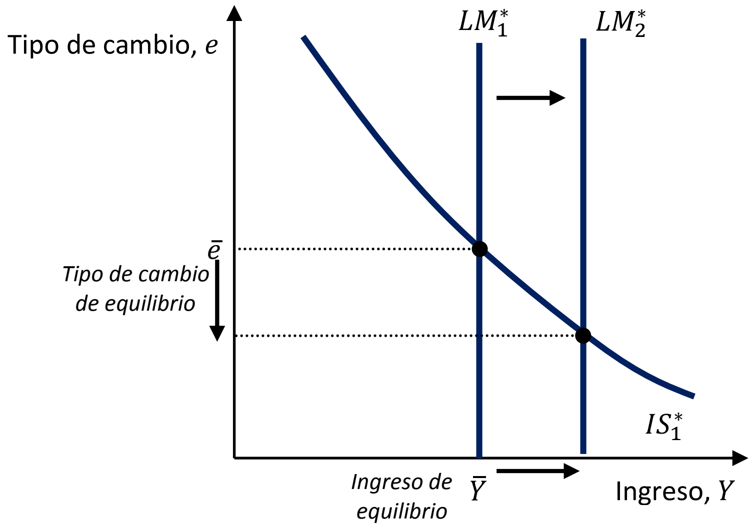
Un incremento en oferta real de dinero genera un aumento del ingreso de la economía.

$$\frac{d\bar{e}}{d\overline{L_s}} = \frac{\begin{bmatrix} \left(1-c'_{(Y-T)}\right) & 0 \\ L_Y & 1 \end{bmatrix}}{|J|} = \frac{\overbrace{\left(1-c'_{(Y-T)}\right)}^{+}}{-} < 0$$

Un incremento en oferta real de dinero genera una disminución del tipo de cambio (depreciación de la moneda doméstica).

Gráficamente:

Figura 3: Economía bajo régimen de tipo de cambio flotante
Efectos de la aplicación de una política monetaria expansiva



Fuente: Elaboración propia.

Tan pronto un incremento en la oferta real de dinero presiona a la baja la tasa de interés doméstica, se produce un egreso de capitales dado que los agentes encuentran más atractivas las inversiones del exterior. Este flujo de egreso de capitales impide que la tasa de interés doméstica continúe bajando y se restablece el equilibrio (vuelve a ser igual a la tasa de interés internacional). Asimismo, dado que el egreso de capitales incrementa la oferta relativa de moneda doméstica, el tipo de cambio se deprecia. Esta caída en el tipo de cambio torna más baratos a los bienes domésticos en relación a aquellos del exterior generando un crecimiento de las exportaciones netas.

4. CONCLUSIONES

El modelo Mundell-Fleming constituye una herramienta importante en el análisis macroeconómico de economías abiertas. La simplicidad y consistencia han sido cualidades fundamentales para su permanencia en el tiempo. Citando a Dornbusch (1980, pp 5) sobre Mundell: "*He […] created models and concepts that rapidly became the Volkswagen of the field –easy to drive, reliable, and sleek".*

El teorema de la función implícita y el método de estática comparativa nos permiten estudiar, en términos analíticos, (a) el signo de las pendientes de las curvas que describen condiciones de equilibrio de un mercado, y (b) el comportamiento de las variables endógenas modificaciones de las variables exógenas o parámetros del modelo. Sin embargo, la estática comparativa no nos dice nada respecto del análisis dinámico de las variables ni tampoco si el nuevo equilibrio será finalmente alcanzado; y un equilibrio que no puede ser alcanzado es irrelevante en términos económicos. El principio de correspondencia de Samuelson nos proporciona una conexión entre estática comparativa y análisis dinámico, permitiéndonos salvar una posible indeterminación de signo del determinante del *jacobiano*.

Existen diversas formas de expresar el modelo Mundell-Fleming en términos de relaciones funcionales, es decir, en términos de identidades, ecuaciones de comportamiento y condiciones de equilibrio. Probablemente, cada manual de macroeconomía nos ofrezca una versión *diferente* de expresar el modelo.

Como es desarrollado a lo largo del trabajo, el modelo Mundell-Fleming extiende el análisis keynesiano del modelo IS-LM a economías abiertas. Ambos modelos asumen que el nivel de precios es fijo y pretenden mostrar cuáles son las causas de las fluctuaciones de corto plazo en la demanda agregada.

Ahora bien, el modelo Mundell-Fleming establece que el comportamiento de una economía depende del tipo de régimen de tipo de cambio que adopte. En consecuencia, analizamos la estática comparativa de dos tipos diferentes de economía (i) economía que opera bajo régimen de tipo de cambio fijo (donde nivel de ingreso $\overline{Y}$, tasa de interés $\overline{r}$ y oferta real de dinero $\overline{L_s}$ de equilibrio constituyen las variables endógenas y (ii) economía pequeña que opera bajo régimen de tipo de cambio flotante (donde el nivel de ingreso $\overline{Y}$ y el tipo de cambio nominal $\bar{e}$ de equilibrio constituyen las variables endógenas.

Los resultados obtenidos, aunque en algunos casos indeterminados o determinados a través de la aplicación de supuestos más restrictivos, son coincidentes con las conclusiones derivadas por Mundell y Fleming en sus respectivos trabajos. En términos generales, tanto la política fiscal como la política monetaria resultan más efectivas bajo un régimen de tipo de cambio flotante. Sin embargo, la efectividad se da en mayor medida a partir de la aplicación de instrumentos de política monetaria y, en el extremo, con perfecta movilidad de capitales, la política fiscal resulta inefectiva para restaurar el equilibrio interno.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Boughton, J. M. (2003). On the Origins of the Fleming-Mundell Model. *IMF Staff Papers, Vol. 50, No. 1*,p.p. 1.

Dornbusch, R. (1976). Exchange Rate Expectations and Monetary Policy. *Journal of International Economics ,Vol. 6 (August)*, 231–44.

Dornbusch, R. (1976a). Expectations and Exchange Rate Dynamics. *Journal of Political Economy, Vol. 84 (December)*, 1161–76.

Dornbush, R. (1980). *Open Economy Macroeconomics.* New York: Basic Books.

Fleming, J. M. (1961). Internal Financial Policies Under Fixed and Floating Exchange Rates. *DM/61/28 (November 8) (Departmental Memorandum), IMF Central Files*.

García-Cobián, R. (2004). El principio de correspondencia de Samuelson. *Documento de trabajo*,p.p. 6.

Laursen, S., & Lloyd, M. (1950). Flotante Exchange Rates and the Theory of Unemployment. *Review of Economics and Statistics,Vol. 32*,p.p. 281–99.

Macaya, A. (2014). El teorema de la función implícita. *Elementos de Matemática para Economía.* Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Buenos Aires.

Mankiw, G. N. (2003). *Macroeconomics.* New York: Worth Publishers.

Mundell, R. A. (1960). The Monetary Dynamics of International Adjustment under Fixed and Flotante Exchange Rates. *Quarterly Journal of Economics ,Vol. 74 (May)*, 227–57.

Mundell, R. A. (1961a). The International Disequilibrium System. *Kyklos,Vol. 14, No. 2*, 154–72.

Mundell, R. A. (1961b). Flotante Exchange Rates and Employment Policy. *Canadian Journal of Economics and Political Science,Vol. 27 (November)*, p.p.509–17.

Mundell, R. A. (1963). Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flotante Exchange Rates. *Canadian Journal of Economics and Political Science,Vol. 29 (November)*, p.p.475–85.

Rodriguez, E. (2013). *Nota de clase: "Estática comparativa y principio de correspondencia".* Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Buenos Aires.

Samuelson, P. A. (1971). *Fundamentos del Análisis Económico.* Buenos Aires: El Ateneo.

APÉNDICE

El modelo Fleming

Fleming (1962) presentó su modelo como una extensión del modelo IS-LM de economía cerrada desarrollado por Hicks-Hansen, el cual puede ser descripto mediante cuatro identidades ingreso-gasto y cinco ecuaciones de comportamiento:

$z \equiv x + g$

$y \equiv z + b$

$v \equiv y/m$

$n \equiv y - t$

$t = t(y)$

$x = x(n, r)$

$r = r(v)$

$b = b(z, e)$

$k = k(v)$

donde,

$z = gasto\ total$

$x = gasto\ privado$

$g = gasto\ público$

$y = ingreso\ nacional$

$b = balanza\ comercial$

$v = velocidad\ de\ circulación\ del\ dinero$

$m = oferta\ de\ dinero$

$n = ingreso\ privado$

$t = recaudación\ impositiva$

$r = tasa\ de\ interés$

$e = tipo\ de\ cambio\ (precio\ moneda\ doméstica\ por\ unidad\ de\ moneda\ extranjera)$

$k = ingreso\ neto\ de\ capitales$

Las primeras siete ecuaciones, con $b = 0$, constituyen el modelo IS-LM básico. Incorporando la ecuación $b + k = \Delta R$, en un régimen de tipo de cambio flotante $\Delta R = 0$, donde $R = reservas\ internacionales$. Por el contrario, en el otro extremo la variable de ajuste es el tipo de cambio, es decir, $\Delta e = 0$. En casos intermedios (régimen de tipo de cambio administrado), R y e son un instrumento de política económica.

El modelo Fleming puede reducirse a tres ecuaciones de exceso de demanda que pueden ser resueltas para y, r y e (o R, si e es fijo) como funciones de m, g y R (o e, si R es fijo).

$y(y, g, r, e) = 0$

$v(y, r, m) = 0$

$f(y, r, e, R) = 0$

En un régimen de tipo de cambio fijo ($\Delta e = 0$), las primeras dos ecuaciones constituyen un bloque cerrado para el equilibrio interno.

El modelo Mundell

Mundell presentó su modelo bajo una forma reducida general que puede ser comparada directamente con la solución del modelo de Mundell derivada anteriormente. Si bien el sistema de ecuaciones varió de un artículo a otro, a continuación se describe el modelo modificando la notación para que resulte consistente:

$$y(y, r, p, e) = 0 \qquad \text{(M1)}$$

$$v(y, r, m) = 0 \qquad \text{(M2)}$$

$$f(y, r, p, e) = 0 \qquad \text{(M3)}$$

con la notación adicional $p = ratio\ precios\ domésticos/$
$precios\ externos$
(supuesto fijo en el modelo Fleming). Esta modificación torna todo el sistema simultáneo aún bajo un régimen de tipo de cambio fijo dado el tipo de cambio real $(p.e)$ es endógeno. La otra diferencia principal toma la tasa de interés, en lugar de la oferta de dinero, como variable de control de política monetaria. Este sistema de ecuaciones puede resolverse para y, m, y $p.e$ como una función de r. La política fiscal (g) puede ser agregada de la misma manera que en el modelo Fleming. Bajo un régimen de tipo de cambio flotante con perfecta movilidad de capitales, las ecuaciones (M.1) y (M.3) pueden resolverse independientemente.